

**Penerapan Metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* dengan *Stepping Stone* dalam Optimasi Biaya Transportasi Barang**

Naomy Abellia<sup>1</sup>, Suryati Sitepu<sup>2</sup>  
[naomyabellia@gmail.com](mailto:naomyabellia@gmail.com)<sup>1</sup>, [sitepuati@gmail.com](mailto:sitepuati@gmail.com)<sup>2</sup>  
Universitas Sumatera Utara

**Abstrak**

Masalah transportasi sering terjadi dalam distribusi produk, dengan penekanan pada pengurangan biaya transportasi dari  $m$  lokasi asal ke- $n$  lokasi tujuan. Masalah transportasi sering terjadi pada perusahaan besar, seperti Perum BULOG Kanwil Sumatera Utara, yang mendistribusikan beras dari banyak pemasok ke berbagai lokasi di Sumatera Utara. Kekhawatiran perusahaan ini adalah tingginya biaya transportasi beras di Perum BULOG Kanwil Sumatera Utara, yang disebabkan oleh masalah transportasi yang tidak seimbang ketika permintaan melebihi pasokan. Kesulitan transportasi dapat diatasi dengan menggunakan moda transportasi. Pada tugas akhir ini, pendekatan *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* digunakan sebagai solusi awal yang layak, dilanjutkan dengan metode *Stepping Stone* untuk mendapatkan solusi terbaik dari permasalahan transportasi tersebut. Berdasarkan hasil penelitian dari pengolahan dan analisis data, Perum BULOG Kanwil Sumatera Utara dapat melakukan penghematan sebesar 1,48% terhadap biaya transportasi beras CBP dengan menggunakan metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* sebagai solusi layak awal yang dilanjutkan dengan uji optimalitas dengan metode *Stepping Stone* pada perhitungan biaya transportasi beras CBP pada tahun 2023. Penghematan tersebut merupakan hasil dari permintaan yang tidak terpenuhi dan asumsi-asumsi seperti lalu lintas yang lancar, beras yang dikirim melalui jalur darat dimana jarak tidak diperhitungkan, biaya operasional transportasi yang terdiri dari biaya tenaga kerja, harga bahan bakar, dan kondisi jalan dianggap sama, serta faktor-faktor lain seperti kerusakan produk, keterlambatan pengiriman produk dari gudang ke tempat tujuan, dan pajak-pajak yang tidak diperhitungkan.

**Kata Kunci:** Masalah transportasi, Metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)*, Metode *Stepping Stone*, Transportasi tidak seimbang

**Abstract**

*Transportation issues are frequent in products distribution, with an emphasis on reducing transportation costs from  $m$  origins to  $n$  destinations. Transportation issues are common in major corporations, such as The North Sumatra Regional Office of BULOG Public Corporation, which distributes rice from many suppliers to various locations in North Sumatra. This company's concern is the high rice transportation expenses at the North Sumatra Regional Office of BULOG Public Corporation, which are caused by imbalanced transportation problems when demand exceeds supply. Transportation difficulties can be solved using a mode of transportation. In this thesis, the *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* approach is utilized as an initial viable solution, followed by the *Stepping Stone* method to get the best solution for the transportation issue. Based on the research results from data processing and analysis, The North Sumatra Regional Office of BULOG Public Corporation can save 1.48% on CBP rice transportation costs by using the *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* method as the initial feasible solution, followed by an optimality test with the *Stepping Stone* method in the calculation of CBP rice transportation costs in 2023. These savings are the result of unmet demand and assumptions such as smooth traffic, rice delivered by land transportation where distance is not taken into account, transportation operational costs consisting of labor costs, fuel prices, and road conditions being considered the same, as well as other factors such as product damage, delays in product delivery from the warehouse to the destination, and unaccounted taxes.*

**Keywords:** *Transportation Problems, Improved, Average Penalty Cost (IAPC) Method, Stepping Stone Method, Unbalanced Transportation*

## PENDAHULUAN

Permasalahan transportasi sering kali muncul dalam bidang pengiriman produk. Hal ini terjadi karena lokasi dan jarak geografis yang berbeda-beda, yang mengakibatkan perbedaan biaya transportasi dari satu sumber ke sumber lainnya. Masalah transportasi dalam konteks ini semata-mata berkaitan dengan biaya yang terkait dengan pengangkutan produk dari sumber ke tujuan. Tujuannya adalah untuk mengurangi biaya pemindahan komoditas dari sumber ke tujuan. Dalam kesulitan transportasi, salah satu skenarionya adalah masalah transportasi yang tidak seimbang, yang ditandai dengan permintaan yang tidak terpenuhi (permintaan > persediaan) atau kelebihan persediaan (persediaan > permintaan), yang mengharuskan adanya kolom atau baris palsu. Oleh karena itu, diperlukan teknik transportasi untuk mengatur distribusi produk dengan sebaik-baiknya untuk menyelesaikan masalah transportasi. Penyelesaian masalah transportasi terdiri dari dua tahap yang saling berhubungan. Tahap pertama melibatkan identifikasi opsi awal yang layak, diikuti dengan tahap berikutnya untuk memastikan solusi yang ideal.

Salah satu metode untuk memperoleh solusi fisibel awal adalah metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)*. Metode ini diperkenalkan oleh Md. Munir Hossain pada tahun 2020 (Hossain, 2020) dalam jurnalnya berjudul "*Improved Average Penalty Cost (IAPC) Method to Obtain Initial basic Feasible Solution of Transportation Problem*" ciri khas dari metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* ini terdapat dalam proses perhitungan aritmatika yang rinci dan logis, sehingga memudahkan pada pengambilan keputusan. Namun, solusi komprehensif dari solusi pertama yang layak untuk masalah transportasi tidak dapat dipastikan tanpa menggunakan teknik uji optimalitas. Pendekatan *Stepping Stone* berfungsi sebagai uji optimalitas yang digunakan dalam penelitian ini. Teknik *Stepping Stone*, yang diciptakan oleh W.W. Chopper dan A. Charnes pada tahun 1953, dicirikan oleh kemampuannya dalam menghitung biaya transportasi dari satu unit produk dari sumber ke tujuan melalui sel-sel kosong yang dilalui oleh jalur *Stepping Stone*.

Penelitian ini akan menggunakan contoh kasus strategi transportasi untuk mengoptimalkan biaya transportasi produk di Perum BULOG Kanwil Sumatera Utara. Perum BULOG merupakan perusahaan milik pemerintah yang bergerak di bidang logistik pangan. Penelitian ini berkonsentrasi pada produk kuliner berbahan dasar beras. Perum BULOG harus mengalokasikan persediaan secara seragam di seluruh gudang di Indonesia. Untuk memastikan pemerataan pasokan beras di seluruh Indonesia, Perum BULOG mengangkut barang dari pusat-pusat produksi beras dengan stok berlebih ke daerah-daerah dengan stok yang kurang atau sesuai kebutuhan. Distribusi barang-barang ini ke lokasi yang berbeda memerlukan biaya transportasi yang besar. Perencanaan yang cermat sangat penting untuk menyelaraskan permintaan barang dengan persediaan yang tersedia sambil meminimalkan biaya transportasi secara efektif. Oleh karena itu, diperlukan strategi yang efektif untuk mengalokasikan barang dari beberapa gudang ke berbagai lokasi untuk meminimalkan biaya distribusi.

## TINJAUAN PUSTAKA

### Program Linear

Program linear adalah salah satu teknik penyelesaian suatu masalah dalam operasi riset dengan suatu model matematis yang digunakan untuk menggambarkan masalah dengan mengubah menjadi fungsi linear (Alfaris et al., 2022). Terdapat unsur utama yang membangun suatu program linear yaitu:

#### 1) Variabel keputusan

Variabel keputusan adalah variabel yang mempengaruhi nilai tujuan yang hendak dicapai. Pada proses pembentukan suatu model, variabel keputusan harus ditentukan terlebih dahulu sebelum menentukan fungsi tujuan dan fungsi kendala.

#### 2) Fungsi tujuan

Fungsi tujuan pada model program linear haruslah berbentuk linear. Selanjutnya, fungsi tujuan tersebut dimaksimumkan atau diminimumkan terhadap susunan fungsi kendala dalam menentukan solusi optimal.

3) Fungsi kendala

Fungsi kendala adalah suatu kendala yang dapat dikatakan sebagai suatu pembatas terhadap variabel-variabel keputusan yang dibuat. Fungsi kendala dalam pemrograman linear haruslah berbentuk linear.

4) Fungsi *non-negatif*

Fungsi yang menyatakan bahwa setiap variabel keputusan dalam model program linear tidak boleh bernilai negatif (*non-negatif*). Secara matematis, dapat dinyatakan sebagai  $x_1, x_2, \dots, x_j \geq 0$

**Metode transportasi**

Metode transportasi adalah metode yang digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi atau mengatur pendistribusian produk dari satu sumber atau lebih yang menyediakan produk yang sama ke tujuan-tujuan yang membutuhkan produk tersebut dengan tujuan menghasilkan biaya yang optimal (Trihudyatmanto, 2017).

Menurut Meflinda & Mahyarni (2011) terdapat persyaratan yang harus dipenuhi untuk menerapkan metode transportasi antara lain:

1. Terdapat sumber yang dapat berupa pabrik, kapasitas produksi dan lain-lain. Tergantung pada masalah yang ingin dipecahkan.
2. Terdapat tujuan dapat berupa gudang, wilayah pemasaran dan lain-lain.
3. Terdapat kapasitas/persediaan sumber dan kebutuhan/permintaan tujuan.
4. Terdapat biaya dari sumber ke tujuan.
5. Terdapat keseimbangan antara kapasitas/persediaan sumber dan kebutuhan/permintaan tujuan.

Bentuk umum dari tabel transportasi dapat dilihat pada tabel 1 berikut.

**Tabel 1 Tabel Transportasi**

Tujuan Sumber	$T_1$	$T_2$	...	$T_n$	Kapasitas sumber
$A_1$	$c_{11}$ $x_{11}$	$c_{12}$ $x_{12}$	...	$c_{1n}$ $x_{1n}$	$a_1$
$A_2$	$c_{21}$ $x_{21}$	$c_{22}$ $x_{22}$	...	$c_{2n}$ $x_{2n}$	$a_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$A_m$	$c_{m1}$ $x_{m1}$	$c_{m2}$ $x_{m2}$	...	$c_{mn}$ $x_{mn}$	$a_m$
Kebutuhan tujuan	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$	$\sum b_j$ / $\sum a_i$

Sumber: Ilwaru et al. (2020)

Fungsi tujuan:

$$\text{Minimum } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Dengan kendala:

Persediaan:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

Permintaan:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Non-negatif:

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Keterangan:

$Z$  = biaya minimum transportasi

$c_{ij}$  = biaya pengiriman per unit barang dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$

$x_{ij}$  = jumlah barang yang dikirim dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$

$a_i$  = banyaknya barang yang disediakan atau dibuat oleh sumber  $i$

$b_j$  = banyaknya barang yang diminta atau dipesan dari tujuan  $j$

$m$  = banyaknya sumber

$n$  = banyaknya tujuan

$i$  = sumber

$j$  = tujuan

### Solusi Fisibel Awal dengan Metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)*

Metode *Improve Average Penalty Cost Method (IAPC)* merupakan metode untuk menentukan solusi fisibel awal masalah transportasi yang termasuk metode tidak langsung sehingga diperlukan pengecekan optimalitas dalam menentukan solusi optimalnya. Langkah-langkah dalam menentukan solusi fisibel awal dengan menggunakan *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* adalah sebagai berikut (Hossain, 2020) dan (Umamah, 2024):

1. Merumuskan masalah transportasi yang diberikan secara matematis dan jika masalah transportasi yang diberikan tidak seimbang, seimbangkanlah masalah transportasi yang diberikan tersebut dengan menambahkan kolom *dummy* atau baris *dummy*.
2. Mengurangi masing-masing biaya transportasi sepanjang baris pertama dengan biaya transportasi terkecil pada baris pertama yang terdapat pada tabel transportasi dan tuliskan hasil pengurangan biaya transportasi tersebut di sudut kanan atas ( $\alpha_{ij}$ ) pada biaya yang bersangkutan. Ulangi langkah yang sama pada baris berikutnya.

$$\alpha_{ij} = c_{ij} - c_p \quad (5)$$

3. Mengurangi masing-masing biaya transportasi sepanjang kolom pertama dengan biaya transportasi terkecil pada kolom pertama yang terdapat pada tabel transportasi dan tuliskan hasil pengurangan biaya transportasi tersebut di sudut kanan bawah ( $\beta_{ij}$ ) pada biaya yang bersangkutan. Ulangi langkah yang sama pada kolom berikutnya.

$$\beta_{ij} = c_{ij} - c_q \quad (6)$$

4. Menghitung besarnya selisih antara elemen sudut kanan atas dengan sudut kanan bawah kemudian hasil selisih diletakkan di sudut kiri bawah ( $\mu_{ij}$ ) sel biaya yang bersangkutan.

$$\mu_{ij} = |\alpha_{ij} - \beta_{ij}| \quad (7)$$

5. Menghitung rata-rata elemen yang berada di sudut kiri bawah setiap baris dan letakkan di sisi kanan baris (persediaan) sebagai biaya penalti baris ( $\theta_{p_i}$ ).

$$\theta_{p_i} = \frac{\mu_{i1} + \mu_{i2} + \dots + \mu_{in}}{n} \quad (8)$$

6. Menghitung rata-rata elemen yang berada di sudut kiri bawah setiap kolom dan letakkan di bawah kolom sebagai biaya penalti kolom ( $\theta_{q_j}$ ).

$$\theta_{q_j} = \frac{\mu_{1j} + \mu_{2j} + \dots + \mu_{mj}}{m} \quad (9)$$

7. Pilih biaya penalti tertinggi dan amati baris atau kolom di mana biaya tersebut muncul. Jika terjadi seri pada penalti tertinggi maka ambil baris/kolom yang memiliki biaya terendah. Jika terjadi seri untuk sel dengan biaya terendah maka pilih sel di mana alokasi maksimum dapat ditempatkan. Jika alokasi maksimum berada dalam situasi seri maka pilih sel yang jumlah permintaan dan persediaannya maksimum pada tabel transportasi. Jika jumlah permintaan dan persediaan sama maka pilih salah satu diantaranya.
8. Tempatkan alokasi pertama kemudian sesuaikan kebutuhan permintaan dan persediaan pada baris dan kolom masing-masing. Jika alokasi pertama sama dengan permintaan atau habis maka kolom tersebut dicoret. Kemudian melakukan pengalokasian pada baris yang bersangkutan dengan kolom yang dicoret dengan memilih sel biaya terkecil berturut-turut pada baris tersebut. Setelah baris tersebut habis dengan pengalokasian, lakukan langkah yang sama untuk memenuhi alokasi sepanjang kolom ke- $j$  sampai semua kebutuhan terpenuhi. Sebaliknya, jika alokasi pertama sama dengan persediaan atau habis maka baris tersebut dicoret dan selanjutnya lakukan proses yang sama.
9. Jika pengalokasian sama dengan permintaan dan persediaan maka kolom dan baris tersebut dicoret. Kemudian, carilah sel dengan biaya terkecil di sepanjang baris dan kolom yang dicoret. Tetapkan nilai nol pada biaya sel tersebut. Anggaplah pengalokasian nilai nol ( $x_{ij}$ ) dibuat di dalam sel ( $i, j$ ) yang berada di sepanjang baris yang habis. Kemudian melakukan alokasi penuh di sepanjang kolom ke- $j$  dengan mengikuti proses yang dijelaskan pada langkah 8 dan berlaku sebaliknya jika kolom yang habis.
10. Terakhir, hitung total biaya transportasi dengan mengalikan jumlah unit yang dialokasikan dengan biaya satuan masing-masing.

### **Solusi Optimal dengan Metode Stepping Stone**

Metode *Stepping Stone* merupakan uji optimalitas tabel dengan melakukan percobaan untuk memindahkan satu unit beban distribusi ke sel-sel kosong agar dapat diketahui perubahan biaya yang terjadi (Feriza & Murni 2020). Seperti makna yang terkandung di dalamnya, metode ini membuat satu jalur tertutup untuk setiap sel kosong dimana sel-sel isinya di dalam jalur tertutup tersebut dipandang sebagai batu untuk berpijak guna melangkah ke batu berikutnya. Berikut adalah tahapan-tahapan yang harus diikuti dalam menggunakan metode *Stepping Stone*: (Tarigan et al., 2023):

- 1) Menentukan solusi fisibel awal dengan menggunakan salah satu metode yang tersedia.
- 2) Periksa apakah jumlah alokasi pada solusi fisibel awal sama dengan  $m + n - 1$  buah sel basis, dimana  $m$  adalah jumlah baris tabel transportasi solusi fisibel awal dan  $n$  adalah jumlah kolom tabel transportasi solusi fisibel awal.
- 3) Tentukan lintasan tertutup *Stepping Stone* dan perubahan biaya untuk tiap sel yang kosong dalam tabel.
  - a. Mengevaluasi sel yang kosong untuk menentukan apakah pemanfaatannya dapat mengurangi biaya secara keseluruhan.
  - b. Memastikan lintasan *Stepping Stone*, mulailah dari sel yang kosong dan buatlah rute tertutup yang mencakup sel yang telah ditetapkan. Mulailah dengan memberikan tanda positif (+)

- pada sel yang kosong, diikuti dengan tanda negatif (-) pada sel berikutnya, kemudian berikan kembali tanda positif (+) pada sel berikutnya dan lanjutkan dengan tanda negatif (-) pada sel berikutnya, lakukan secara bergantian hingga kembali ke sel pertama.
- c. Hitung indeks perbaikan dengan mengevaluasi kenaikan dan penurunan biaya di setiap sel di sepanjang jalur tertutup.
  - d. Ulangi prosedur a), b), dan c) sampai semua sel yang kosong telah dinilai. Jika semua nilai indeks perbaikan tidak bernilai negatif, maka solusi optimal telah tercapai. Jika ada nilai negatif, proses dilanjutkan.
  - e. Identifikasi nilai indeks perbaikan untuk jalur yang paling buruk untuk dinilai. Penilaian dilakukan dengan mengidentifikasi alokasi dengan nilai tanda negatif (-) paling kecil di dalam jalur tertutup. Selanjutnya, semua alokasi di dalam jalur tertutup tersebut dikumpulkan, dengan memasukkan nilai alokasi dengan nilai negatif terkecil sesuai dengan tanda positif dan negatif yang telah ditetapkan sebelumnya.
- 4) Ulangi langkah 3 sampai semua sel kosong menunjukkan nilai indeks perbaikan positif, sebagai indikasi tercapainya solusi optimal.

### **Degenerasi**

Terdapat persyaratan yang harus dipenuhi sebelum melakukan penyelesaian uji optimalitas dengan menggunakan metode *Stepping Stone* atau MODI yaitu variabel basis pada tabel transportasi =  $m + n - 1$ . Apabila ternyata jumlah variabel basis lebih kecil daripada  $m + n - 1$ , baik pada penyelesaian awal maupun dalam proses iterasi, maka kejadian ini disebut sebagai degenerasi. Untuk mengatasi masalah degenerasi ini maka perlu dibuat suatu asumsi bahwa ada tambahan jumlah barang yang sangat kecil ( $\epsilon$ ) pada sel kosong tersebut, dengan demikian persyaratan bahwa jumlah variabel basis pada tabel transportasi =  $m + n - 1$  terpenuhi.

## **METODOLOGI**

### **Jenis Penelitian**

Penelitian kuantitatif adalah jenis penelitian yang digunakan pada penelitian ini, dimana penelitian kuantitatif menggunakan jenis data yang dapat diukur atau dihitung secara langsung sebagai variabel angka atau bilangan.

### **Jenis dan Sumber Data**

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data kuantitatif dan peneliti melakukan pengumpulan sumber data dalam wujud data sekunder. Data sekunder merupakan data penelitian yang diperoleh peneliti secara tidak langsung melalui media perantara (diperoleh atau dicatat oleh pihak lain). Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah data yang diperoleh dari Perum BULOG Kantor Wilayah Sumatera Utara yang meliputi rekapan data jumlah persediaan masing-masing gudang, jumlah permintaan masing-masing tujuan dan biaya transportasi dari masing-masing gudang ke masing-masing tujuan dengan periode Januari 2023 sampai Desember 2023.

### **Tahapan Penelitian**

Tahapan-tahapan yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Studi Literatur  
Penelitian ini dimulai dengan studi literatur yaitu mengumpulkan berbagai bahan meteri yang diperoleh dari buku, jurnal, artikel, paper, dan literatur-literatur lainnya yang berhubungan dengan metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* dan metode *Stepping Stone* sebagai bahan referensi yang akan dijadikan panduan untuk menyusun penelitian.
2. Pengumpulan Data  
Pengumpulan data sekunder dari Perum BULOG Kantor Wilayah Sumatera Utara periode Januari 2023 sampai Desember 2023 yang meliputi data persediaan masing-masing gudang, data permintaan masing-masing tujuan, dan biaya transportasi beras dari masing-masing gudang ke tujuan.
3. Pengolahan dan Analisis Data

Dari data yang diperoleh maka langkah selanjutnya adalah melakukan pengolahan dan analisis data dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Membuat tabel permasalahan transportasi.
- b. Membuat ulang tabel transportasi seimbang.  
Dengan menambahkan baris *dummy* atau kolom *dummy* dengan biaya transportasi adalah 0.
- c. Membuat model transportasi.
- d. Menentukan solusi fisibel awal dengan metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)*.
- e. Setelah memperoleh tabel solusi fisibel awal dengan metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)*, selanjutnya periksa apakah sel basis dari tabel solusi fisibel awal sudah terpenuhi  $m + n - 1$  buah sel basis, jika solusi fisibel awalnya berisi kurang dari  $m + n - 1$  buah sel basis maka harus ditambahkan sel terisi dengan cara memasukkan nilai  $\varepsilon$  agar proses pengecekan keoptimalan dan iterasi dapat dilakukan.
- f. Setelah solusi fisibel awal dengan menggunakan metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* telah memenuhi syarat maka selanjutnya mencari solusi optimal dengan menggunakan metode *Stepping Stone*.

#### 4. Penarikan Kesimpulan

Menarik kesimpulan dari pengolahan dan analisis data menggunakan *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* dengan metode *Stepping Stone*, yang merupakan hasil mengoptimalkan biaya transportasi sehingga dapat dijadikan bahan acuan atau informasi kepada Perum BULOG Kantor Wilayah Sumatera Utara.

## HASIL PENELITIAN

Data yang digunakan adalah data jumlah persediaan beras masing-masing gudang, data permintaan beras masing-masing tujuan dan data biaya transportasi beras dari masing-masing gudang ke tujuan Perum BULOG Kantor Wilayah Sumatera Utara tahun 2023. Adapun data persediaan, data permintaan dan data biaya transportasi pada Perum BULOG Kantor Wilayah Sumatera Utara dapat dilihat sebagai berikut.

**Tabel 2** Data Persediaan Beras Masing-Masing Gudang

No.	Gudang	Persediaan (Ton)
1.	Labuhan Deli	7,500
2.	Mabar	19,197
3.	Pulo Brayon Darat I	6,803
4.	Pulo Brayon Darat II	8,196
Total		41,696

**Tabel 3** Data Permintaan Beras Masing-Masing Tujuan

No.	Tujuan	Permintaan (Ton)
1.	Sumber Mufakat	4,500
2.	Naga Pita	7,550
3.	Lumban Pea	4,950
4.	Kisaran Naga	9,050
5.	Bakaran Batu	5,450
6.	Sarudik	6,250
7.	Palopat	6,000
Total		43,750

**Tabel 4** Data Biaya Transportasi Beras dari Gudang ke Tujuan

No.	Gudang	Tujuan	Biaya transportasi (Rp/Ton)
1.	Labuhan Deli	Sumber Mufakat	214
		Naga Pita	213
		Lumban Pea	275
		Kisaran Naga	247.4
		Bakaran Batu	285
		Sarudik	422
		Palopat	412
2.	Mabar	Sumber Mufakat	214
		Naga Pita	213
		Lumban Pea	287
		Kisaran Naga	247.4
		Bakaran Batu	297
		Sarudik	422
		Palopat	412
3.	Pulo Brayan Darat I	Sumber Mufakat	214
		Naga Pita	213.5
		Lumban Pea	287
		Kisaran Naga	247.4
		Bakaran Batu	297
		Sarudik	422
		Palopat	412
4.	Pulo Brayan Darat II	Sumber Mufakat	214
		Naga Pita	213
		Lumban Pea	275
		Kisaran Naga	247.4
		Bakaran Batu	297
		Sarudik	422
		Palopat	412

Berdasarkan data-data yang diperoleh dari tabel 2, tabel 3, dan tabel 4, maka dapat dibentuk ke dalam tabel permasalahan transportasi. Sehingga tabel permasalahan transportasi dapat dilihat pada tabel 5.



**Tabel 5** Tabel Permasalahan Transportasi

Tujuan Sumber	Biaya transportasi (Rp/Ton) beras							$a_i$
	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$	$T_7$	
$A_1$	214 $x_{11}$	213 $x_{12}$	275 $x_{13}$	247.4 $x_{14}$	285 $x_{15}$	422 $x_{16}$	412 $x_{17}$	7,500
$A_2$	214 $x_{21}$	213 $x_{22}$	287 $x_{23}$	247.4 $x_{24}$	297 $x_{25}$	422 $x_{26}$	412 $x_{27}$	19,197
$A_3$	214 $x_{31}$	213.5 $x_{32}$	287 $x_{32}$	247.4 $x_{34}$	297 $x_{35}$	422 $x_{36}$	412 $x_{37}$	6,803
$A_4$	214 $x_{41}$	213 $x_{42}$	275 $x_{43}$	247.4 $x_{44}$	297 $x_{45}$	422 $x_{46}$	412 $x_{47}$	8,196
$b_j$	4,500	7,550	4,950	9,050	5,450	6,250	6,000	41,696 43,750

Keterangan:

$A_1$  = Labuhan Deli

$T_3$  = Lumban Pea

$A_2$  = Mabar

$T_4$  = Kisaran Naga

$A_3$  = Pulo Brayan Darat I

$T_5$  = Bakaran Batu

$A_4$  = Pulo Brayan Darat II

$T_6$  = Sarudik

$T_1$  = Sumber Mufakat

$T_7$  = Palopat

$T_2$  = Naga Pita

Dengan fungsi tujuan menggunakan persamaan (1) sebagai berikut:

$$\text{Minimum } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$Z = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^7 c_{ij} x_{ij}$$

$$\begin{aligned} Z = & 214x_{11} + 213x_{12} + 275x_{13} + 247.4x_{14} + \\ & 285x_{15} + 422x_{16} + 422x_{17} + 214x_{21} + \\ & 213x_{22} + 287x_{23} + 247.4x_{24} + 297x_{25} + \\ & 422x_{26} + 412x_{27} + 214x_{31} + 213.5x_{32} + \\ & 287x_{33} + 247.4x_{34} + 297x_{35} + 422x_{36} + \\ & 412x_{37} + 214x_{41} + 213x_{42} + 275x_{43} + \\ & 214x_{41} + 213x_{42} + 275x_{43} + 247.4x_{44} + \\ & 297x_{45} + 422x_{46} + 412x_{47} \end{aligned}$$

Dengan kendala persediaan menggunakan persamaan (2) sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^4 x_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$\begin{aligned}
x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} &= 7,500 \\
x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} &= 19,197 \\
x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} &= 6,803 \\
x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} &= 8,196
\end{aligned}$$

Dengan kendala permintaan menggunakan persamaan (3) sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = b_j, j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^7 x_{ij} = b_j, j = 1, 2, \dots, 7$$

$$\begin{aligned}
x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} &= 4,500 \\
x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} &= 7,550 \\
x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} &= 4,950 \\
x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} &= 9,050 \\
x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} &= 5,450 \\
x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} &= 6,250 \\
x_{17} + x_{27} + x_{37} + x_{47} &= 6,000
\end{aligned}$$

Dengan kendala non-negatif menggunakan persamaan (4) sebagai berikut:

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, \dots, 4, j = 1, 2, \dots, 7$$

Pada tabel 5 permasalahan transportasi tersebut memiliki jumlah persediaan lebih kecil dari jumlah permintaan, maka dilakukan penambahan baris *dummy*.

**Tabel 6** Tabel Permasalahan Transportasi Seimbang

Tujuan Sumber	Biaya transportasi (Rp/Ton) beras							$a_i$
	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$	$T_7$	
$A_1$	214 $x_{11}$	213 $x_{12}$	275 $x_{13}$	247.4 $x_{14}$	285 $x_{15}$	422 $x_{16}$	412 $x_{17}$	7,500
$A_2$	214 $x_{21}$	213 $x_{22}$	287 $x_{23}$	247.4 $x_{24}$	297 $x_{25}$	422 $x_{26}$	412 $x_{27}$	19,197
$A_3$	214 $x_{31}$	213.5 $x_{32}$	287 $x_{33}$	247.4 $x_{34}$	297 $x_{35}$	422 $x_{36}$	412 $x_{37}$	6,803
$A_4$	214 $x_{41}$	213 $x_{42}$	275 $x_{43}$	247.4 $x_{44}$	297 $x_{45}$	422 $x_{46}$	412 $x_{47}$	8,196
$A_5$	0 $x_{51}$	0 $x_{52}$	0 $x_{53}$	0 $x_{54}$	0 $x_{55}$	0 $x_{56}$	0 $x_{57}$	2,054
$b_j$	4,500	7,550	4,950	9,050	5,450	6,250	6,000	43,750

Keterangan:

$A_5 = Dummy$

Dengan fungsi tujuan menggunakan persamaan (1) sebagai berikut:

$$Minimum Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$Z = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^7 c_{ij} x_{ij}$$

$$\begin{aligned}
Z = & 214x_{11} + 213x_{12} + 275x_{13} + 247.4x_{14} + \\
& 285x_{15} + 422x_{16} + 422x_{17} + 214x_{21} + \\
& 213x_{22} + 287x_{23} + 247.4x_{24} + 297x_{25} + \\
& 422x_{26} + 412x_{27} + 214x_{31} + 213.5x_{32} + \\
& 287x_{33} + 247.4x_{34} + 297x_{35} + 422x_{36} + \\
& 412x_{37} + 214x_{41} + 213x_{42} + 275x_{43} + \\
& 214x_{44} + 213x_{45} + 275x_{46} + 247.4x_{47} + \\
& 297x_{48} + 422x_{49} + 412x_{51} + 0x_{52} + \\
& 0x_{53} + 0x_{54} + 0x_{55} + \\
& 0x_{56} + 0x_{57}
\end{aligned}$$

Dengan kendala persediaan menggunakan persamaan (2) sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^5 x_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\begin{aligned}
x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} &= 7,500 \\
x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} &= 19,197 \\
x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} &= 6,803 \\
x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} &= 8,196 \\
x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} + x_{57} &= 2,054
\end{aligned}$$

Dengan kendala permintaan menggunakan persamaan (3) sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^7 x_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, 7$$

$$\begin{aligned}
x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} &= 4,500 \\
x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} &= 7,550 \\
x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} &= 4,950 \\
x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} &= 9,050 \\
x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} &= 5,450 \\
x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} + x_{56} &= 6,250 \\
x_{17} + x_{27} + x_{37} + x_{47} + x_{57} &= 6,000
\end{aligned}$$

Dengan kendala non-negatif menggunakan persamaan (4) sebagai berikut:

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 5, \quad j = 1, 2, \dots, 7$$

### Solusi Fisibel Awal dengan Metode *Improved Average Penalty Cost* (IAPC)

Berdasarkan data pada Tabel 6, selanjutnya dilakukan perhitungan dengan metode *Improved Average Penalty Cost* (IAPC) diperoleh solusi awal pada iterasi kesebelas yang disajikan pada Tabel 7.

**Tabel 7** Alokasi Nilai Metode IAPC

Tujuan Sumber	Biaya transportasi (Rp/Ton) beras							$a_i$
	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$	$T_7$	
$A_1$	214	213	275	247.4	285	422	412	7,500
					3,446		4,054	
$A_2$	214	213	287	247.4	297	422	412	19,197
	4,500		4,950	7743	2,004			
$A_3$	214	213.5	287	247.4	297	422	412	6,803
		6,803						
$A_4$	214	213	275	247.4	297	422	412	8,196
						6,250	1,946	
$A_5$	0	0	0	0	0	0	0	2,054
		747		1,307				
$b_j$	4,500	7550	4,950	9,050	5,450	6,250	6,000	43,750

Karena semua permintaan sudah terpenuhi maka iterasi selesai dan diperoleh.

$$\text{Minimum } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$Z = (285 \times 3,446) + (412 \times 4,054) + (214 \times 4,500) + (287 \times 4,950) + (247.4 \times 7,743) + (297 \times 2,004) + (213.5 \times 6,803) + (422 \times 6,250) + (412 \times 1,946) + (0 \times 747) + (0 \times 1,307)$$

$$Z = 12,438,506.7 \times 1,000$$

$$= 12,438,506,700$$

Tabel 7 merupakan tabel alokasi solusi fisibel awal dengan menggunakan metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* dimana solusi total dari tabel pengalokasian dengan menggunakan metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* adalah sebesar Rp. 12,438,506,700.

### Solusi Optimal dengan Metode *Stepping Stone*

Langkah pertama yang dilakukan dalam menentukan solusi optimal dengan metode *Stepping Stone* dengan solusi awal "*Improved Average Penalty Cost (IAPC)*" adalah memastikan bahwa solusi awal memenuhi syarat dimana jumlah alokasi harus sama dengan  $m + n - 1$  dimana  $m$  adalah jumlah baris dan  $n$  adalah jumlah kolom. Pada solusi awal metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* memenuhi syarat sebelumnya maka dapat lanjut ke langkah berikutnya. Langkah berikutnya yaitu membentuk jalur tertutup pada sel-sel kosong yang terdapat dalam tabel transportasi solusi awal metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* dan menghitung nilai indeks perbaikan.

Penentuan solusi optimal dengan menggunakan metode *Stepping Stone* dengan solusi fisibel awal yang dihasilkan dari metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)*, dibutuhkan 9 iterasi pembentukan jalur tertutup, 9 iterasi perhitungan indeks perbaikan pada jalur tertutup, dan 8 iterasi perbaikan alokasi hingga mendapatkan solusi optimal. Adapun tabel transportasi solusi optimal metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* yang telah diperoleh ditunjukkan pada Tabel 8.

**Tabel 8** Hasil Perbaikan Alokasi IAPC Iterasi 8

Tujuan Sumber	Biaya transportasi (Rp/Ton) beras							$a_i$
	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$	$T_7$	
$A_1$	214 1,903	213	275 147	247.4	285 5,450	422	412	7,500
$A_2$	214 2,597	213 7,550	287	247.4 9,050	297	422	412	19,197
$A_3$	214	213.5	287	247.4	297	422 4,196	412 2,607	6,803
$A_4$	214	213	275 4,803	247.4	297	422	412 3,393	8,196
$A_5$	0	0	0	0	0	0 2,054	0	2,054
$b_j$	4,500	7550	4,950	9,050	5,450	6,250	6,000	43,750

Adapun hasil perhitungan solusi optimal menggunakan metode *Stepping Stone* dari solusi fisibel awal yang dihasilkan dari metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimum } Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\
 Z &= (214 \times 1,903) + (275 \times 147) + (285 \times 5450) + \\
 &\quad (214 \times 2,597) + (213 \times 7,550) + (247.4 \times 9,050) + \\
 &\quad (422 \times 4,196) + (412 \times 2,607) + (275 \times 4,803) + \\
 &\quad (412 \times 3,393) + (0 \times 2,054) \\
 Z &= 11,967,332 \times 1,000 \\
 &= 11,967,332,000
 \end{aligned}$$

## KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dari pengolahan dan analisis data, penerapan metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* sebagai solusi fisibel awal kemudian dilanjutkan dengan uji optimalitas dengan metode *Stepping Stone* dalam perhitungan biaya transportasi beras CBP oleh Perum BULOG Kantor Wilayah Sumatera Utara tahun 2023 dapat menghemat biaya transportasi beras CBP sebesar 1.48%.

Penghematan tersebut terjadi dikarenakan adanya permintaan yang belum terpenuhi dan perhitungan biaya transportasi dengan penerapan metode *Improved Average Penalty Cost (IAPC)* sebagai solusi fisibel awal kemudian dilanjutkan dengan uji optimalitas dengan metode *Stepping Stone* digunakan asumsi-asumsi seperti lalu lintas lancar, beras yang dikirim dengan alat transportasi darat dimana jarak tidak diperhitungkan dan biaya operasional transportasi yang terdiri dari biaya tenaga kerja, harga bahan bakar dan kondisi jalan dianggap sama serta aspek lain seperti kerusakan pada produk, keterlambatan pengiriman produk dari gudang ke tujuan, dan pajak yang tidak diperhitungkan. Untuk mengatasi timbulnya biaya yang lebih besar dalam proses distribusi, maka perlu dilakukan beberapa hal yaitu mengontrol jalannya proses distribusi agar hal-hal yang dapat menghambat jalannya proses distribusi dapat segera diatasi dan Pendistribusian produk harus dilakukan dengan mempertimbangkan kapasitas optimal untuk menghindari lonjakan biaya transportasi.

## DAFTAR PUSTAKA

- Alfaris, L., Gustian, D., Setyorini, R., Romli, I., Putri, A. Y. P., Herjuna, S. A. S., Yuniansyah, Aziza, N., Muhammad, A. C., Umar, N., & Wali, M. (2022). *Riset Operasi* (D. Gustian, Ed.; 1st ed., Vol. 1). Indie Press. [www.indiepress.co.id](http://www.indiepress.co.id)
- Anitasari, Z., Wasono, W., & Amijaya, F. D. T. (2024). *Optimalisasi Biaya Transportasi Pendistribusian Produk Frozen Food Menggunakan Metode Vogel's Approximation dan Metode Stepping Stone (Studi Kasus: PT. Ciomas Adisatwa Balikpapan)*. 3(1), 61–71. <http://jurnal.fmipa.unmul.ac.id/index.php/Basis>
- Budiyanto, A., & Kurnia, Y. (2020). Penentuan Jumlah Produksi Optimum dengan Metode Linier Programming pada CV Anugrah Cipta Pratama Tasikmalaya. *Jurnal Industri Galuh*, 2(1), 27–34.
- Fahmi, F. O. (2017). Penerapan Metode Stepping Stone untuk Transportasi Pengiriman Barang pada Cv. Mitra Trans Logistics. *Majalah Ilmiah INTI*, 12(2).
- Feriza, Y., & Murni, D. (2020). *Optimasi Biaya Distribusi Pengiriman Beras Sejahtera pada Perum Bulog Divisi Regional Sumatera Barat dengan Kombinasi North West Corner Method (NWCN) dan Stepping Stone Method (SSM)*. 3(1).
- Hossain, M. M. (2020). *Improved Average Penalty Cost (IAPC) Method to Obtain Initial basic Feasible Solution of Transportation Problem*. <https://www.researchgate.net/publication/348554783>
- Ilwaru, V. Y. I., Lesnussa, Y. A., & Tentua, J. (2020). Optimasi Biaya Distribusi Beras Miskin (Raskin) Menggunakan Masalah Transportasi Tak Seimbang. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, 14(4), 609–618. <https://doi.org/10.30598/barekengvol14iss4pp609-618>
- Juman, Z. A. M. S., & Nawarathne, N. G. S. A. (2019). An efficient alternative approach to solve a transportation problem. *Ceylon Journal of Science*, 48(1), 19. <https://doi.org/10.4038/cjs.v48i1.7584>
- Luenberger, D. G. (2003). *Linear and Nonlinear Programming* (second edition). Springer Science & Business Media.
- Meflinda, A., & Mahyarni. (2011). *Operation Research (Riset Operasi)* (11th ed.). UR Press.
- Murthy, P. R. (2007). *Operations Research, Second Edition* (Seconde Edition).
- Pratiwi, N., & Siregar, R. (2021). Optimization of Crude Palm Oil Distribution Costs in PT. Perkebunan Nusantara III Using Vogel's Approximation Method, Russel Approximation Method and Stepping Stone Method. *Journal of Mathematics Technology and Education*, 1(1), 2021–2022.
- Sitorus, P. (1997). *Program Linier*. Universitas Trisakti.
- Tarigan, M. L., Tastrawati, N. K. T., & Utari, I. A. P. A. (2023). Optimasi Biaya Transportasi menggunakan Metode Stepping Stone dengan Solusi Awal TOCM-SUM APPROACH dan KSAM. *E-Jurnal Matematika*, 12(1), 77. <https://doi.org/10.24843/mtk.2023.v12.i01.p403>
- Umamah, Z. (2024). *Penentuan Solusi Fisibel Awal pada Masalah Transportasi Menggunakan Metode Improved Average Penalty Cost (IAPC) dan Solusi Optimal Menggunakan Metode MODI*. Universitas Diponegoro.
- Zahro, A., Wulan, R. E., & Awalluddin, S. A. (2022). Uji Optimalitas Menggunakan Metode Stepping Stone untuk Solusi Layak Awal dengan Metode Direct Sum dan New Heuristic Method. *Jurnal EurekaMatika*, 10(1), 37–42. <https://ejournal.upi.edu/index.php/JEM>