

PENGOPTIMALAN BIAYA TRANSPORTASI DENGAN METODE SIRISHA – VIOLA

Yusri Anita Teresya Sigalingging¹, Suryati Sitepu²
yusrianita915@gmail.com¹, sitepuati@gmail.com²
Universitas Sumatera Utara

ABSTRAK

Pendistribusian dimana proses mengalirkan barang atau produk yang telah dihasilkan dari produsen ke konsumen. Dalam era *industry* 5.0 dimana era kolaborasi manusia dan teknologi dalam produksi dan ketatnya persaingan dalam efisiensi biaya distribusi menjadi target keberhasilan bagi Perusahaan. Salah satu masalah dalam proses pendistribusian adalah biaya transportasi yang tinggi dan jalur pengiriman barang yang tidak tepat ke setiap tujuan. Penerapan model transportasi ini bertujuan untuk memecahkan masalah pendistribusian produk tersebut dari sumber ke tujuan dengan meminimumkan biaya transportasi. Distribusi setiap produk harus diatur sebaik mungkin karena terdapat perbedaan biaya-biaya distribusi dari m sumber menuju n tujuan yang berbeda-beda. Penelitian ini menggunakan studi kasus yang digunakan berupa data tidak seimbang dimana jumlah persediaan (a_i) \leq permintaan (b_j) dengan penyelesaian metode Sirisha – Viola yang memiliki karakteristik penukaran baris dan kolom genap ganjil yang berdekatan sesuai dengan permintaan dan persediaan. Kemudian diuji optimalitasnya menggunakan *Modified Distribution (MODI)*. Berdasarkan perhitungan yang dilakukan pada studi kasus pengiriman beras Perum Bulog Kantor Wilayah Sumatera Utara metode Sirisha Viola terbukti memberikan solusi optimal. Yang dimana hasil yang diperoleh lebih kecil dibandingkan pengeluaran awal oleh perusahaan yang dimana perusahaan menghemat biaya sebesar 1,48%. Metode Sirisha – Viola terbukti dapat meminimumkan biaya transportasi untuk kasus data tidak seimbang.

Kata Kunci: Masalah transportasi, metode Sirisha – Viola, transportasi tidak seimbang, solusi optimal.

ABSTRACT

*Distribution is the process of flowing goods or products that have been produced from producers to consumers. In the era of industry 5.0 where the era of human and technological collaboration in production and fierce competition in distribution cost efficiency is a target of success for the Company. One of the problems in the distribution process is high transportation costs and improper delivery of goods to each destination. The application of this transportation model aims to solve the problem of distributing these products from source to destination by minimizing transportation costs. The distribution of each product must be organized as well as possible because there are differences in distribution costs from m sources to n different destinations. This research uses a case study used in the form of unbalanced data where the amount of inventory (a_i) \leq demand (b_j) with the completion of the Sirisha - Viola method which has the characteristics of swapping adjacent even-odd rows and columns according to demand and inventory. Then tested for optimality using *Modified Distribution (MODI)*. Based on the calculations carried out on the case study of rice delivery of Perum Bulog North Sumatra Regional Office, the Sirisha Viola method is proven to provide an optimal solution. Which is where the results obtained are smaller than the initial expenditure by the company where the company saves costs by 1.48%. The Sirisha - Viola method is proven to minimize transportation costs for unbalanced data cases.*

Keywords: *Transportation problems, Sirisha-Viola method, unbalanced transportation, optimal solution.*

PENDAHULUAN

Pendistribusian dimana proses mengalirkan barang atau produk yang telah dihasilkan dari produsen ke konsumen. Perusahaan yang bekerja dalam bidang ekspedisi, produksi, supplier, kontruksi dan distributor lainnya memiliki tanggungjawab dalam pendistribusian tersebut. Dalam era *industry* 5.0 dimana era kolaborasi manusia dan teknologi dalam produksi dan ketatnya persaingan dalam efisiensi biaya distribusi menjadi target keberhasilan bagi

perusahaan tersebut terutama perusahaan industri logistik dan supply chain. Efisiensi biaya distribusi meliputi biaya penyimpanan, biaya pengiriman (transportasi), biaya administrasi dan biaya lainnya yang digunakan dalam proses distribusi. Biaya transportasi sering menjadi permasalahan sehingga dalam menyelesaikan masalah transportasi, diperlukan metode transportasi yang bisa digunakan sebagai pengendali pendistribusian produk agar optimal.

Metode transportasi merupakan suatu penerapan program liner yang dapat menghasilkan proses dan mengendalikan serta mengatur distribusi dari sumber yang menyediakan berbagai produk ketujuan yang membutuhkan secara optimal (Malini, 2023). Metode transportasi ini bertujuan untuk memecahkan masalah pendistribusian produk dari sumber ke tujuan memiliki permintaan tertentu dengan meminimumkan biaya distribusi (Ilwaru et al., 2020). Distribusi setiap produk harus diatur sebaik mungkin karena terdapat perbedaan biaya-biaya distribusi dari m sumber menuju n tujuan yang berbeda-beda.

Metode North West Corner (NWC), Least Cost, dan Vogel Approximation Method (VAM) adalah metode yang sudah sangat dikenal untuk mencari solusi awal yang dapat diterima secara keseluruhan (Rosihan et al., n.d.). Salah satu metode yang sering digunakan adalah metode Vogel Approximation (VAM) dimana metode ini mengisi kotak dengan nilai pinalti terbesar pada baris atau kolom dan melakukan distribusi yang paling banyak. Jika ada lebih dari satu nilai pinalti pada baris atau kolom yang memiliki nilai terbesar, pilih yang memiliki nilai transportasi terkecil dan mengalokasikannya sebanyak mungkin (Gea, 2019). Namun metode ini belum tentu menghasilkan solusi yang optimal maka dibutuhkan Stepping Stone Method untuk mencapai solusi optimalnya. Yang dimana metode Stepping Stone memiliki langkah yang lebih banyak yakni dengan membuat loop tertutup yang melibatkan sel-sel yang terisi dan sel-sel kosong dalam tabel transportasi. Namun, metode ini dianggap kurang efisien karena membutuhkan pencarian solusi fisibel awal.

Maka diciptakanlah metode langsung Sirisha-Viola yang diusulkan pada tahun 2018 oleh J. Sirisha dan A. Viola dengan tujuan menemukan solusi optimal yang lebih efisien secara langsung (Sirisha & Viola, 2018). Metode Sirisha-Viola mempunyai kemampuan untuk menukar baris dan kolom genap-ganjil yang berdekatan sesuai dengan permintaan dan ketersediaan. (Muhtarulloh & Maulidina, 2022). Kelebihan metode ini menampilkan algoritma yang sederhana dan mudah dipahami, dan memiliki kemampuan untuk menghasilkan solusi secara instan tanpa memerlukan iterasi yang kompleks.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan (Muhtarulloh et al., 2023). Penelitian ini memberikan solusi optimal menggunakan metode Sirisha – Viola modifikasi kasus tidak seimbang dengan pemrograman python diberikan hasil ongkos yang optimal dan digunakan pemrograman python yang memberikan hasil sama. Dalam penelitian (Muhtarulloh & Maulidina, 2022) dimana hasil dari penelitian ini menggunakan metode Sirisha – Viola dengan kasus data seimbang dan diperoleh hasil optimal tanpa menggunakan uji optimalitas sebesar Rp 1.335.000. Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh (Elisabeth Sesaria Dewi Simorangkir et al., 2024) dengan kasus data seimbang yang penelitian ini membandingkan tiga metode langsung yakni metode Modified ASM, Improved Zero Point dan Sirisha Viola yang memberikan hasil bahwa metode Modified ASM dan metode Improved Zero Point memberikan hasil optimal namun metode Sirisha Viola membutuhkan 1 iterasi perbaikan tabel menggunakan metode Modified Distribution (MODI) sehingga menghasilkan solusi optimal sebesar Rp 176.645.210. Perbedaan penelitian ini dengan penelitian sebelumnya yakni menggunakan metode langsung Sirisha – Viola sebagai penghasil solusi optimal dengan kasus yang tak seimbang dengan menggunakan uji optimalitas Modified Distribution (MODI).

Penelitian ini menggunakan contoh kasus dari pendistribusian beras Perum Bulog Kantor Wilayah Sumatera Utara yang merupakan perusahaan yang mengelola logistik pangan yang ada di Medan, Sumatera Utara. Perum Bulog adalah perusahaan umum milik negara yang memiliki salah satu tugas dan tanggung jawab penyediaan dan pendistribusian pangan pokok

beras kepada golongan masyarakat tertentu berdasarkan Peraturan Pemerintah (PP) nomor 13 tahun 2016. Kegiatan pengiriman yang tidak terkontrol dapat mempengaruhi laba yang dihasilkan. Jumlah permintaan dan persediaan yang berubah-ubah menjadi salah satu masalah transportasi yang dihadapi oleh pihak Perum Bulog yang mengeluarkan biaya sebesar Rp 12.147.195.000.

Dengan adanya permasalahan tersebut maka dilakukan penelitian untuk menyelesaikan masalah transportasi pada pendistribusian beras di Perum Bulog Kantor Wilayah Sumatera Utara menggunakan metode langsung Sirisha-Viola. Adapun pengujian hasil optimal menggunakan metode Modified Distribution (MODI). Kelebihan metode Modified Distribution (MODI) dalam penentuan hasil optimal dimana penggunaan jalur tertutup variabel non basis tidak harus digunakan kecuali saat memilih sel yang akan keluar dari basis (perpindahan tabel) sehingga mengurangi jumlah iterasi yang dibutuhkan untuk mendapatkan solusi optimal, yang hasil akhirnya akan dibandingkan apakah metode langsung yang digunakan memberikan hasil yang optimal atau belum optimal (Fathiyyah & Utama, 2008). Maka dengan itu penulis mengangkat judul 'Pengoptimalan Biaya Transportasi dengan Metode Sirisha – Viola'

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif. Penelitian kuantitatif adalah metode yang mengutamakan pengumpulan dan analisis data numerik dengan tujuan mengidentifikasi pola dan hubungan antara variabel. Dalam penelitian ini, model matematika dan teori akan dibangun untuk menjelaskan fenomena yang diteliti. Penelitian ini adalah penelitian studi kasus yang bertujuan untuk mempelajari dan memperoleh penyelesaian terkait suatu peristiwa atau fenomena tertentu. Proses penelitian melibatkan kajian literatur seperti buku, karya tulis ilmiah, artikel, tesis dan berbagai sumber dari internet yang dapat mendukung penelitian. Literatur yang dipelajari difokuskan kepada teori tentang metode Sirisha – Viola.

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder. Data sekunder adalah sumber data penelitian yang diperoleh peneliti secara tidak langsung melalui media perantara (diperoleh dan dicatat oleh pihak lain). Pada penelitian ini, data yang digunakan diperoleh dari Perusahaan Umum Bulog Kantor Wilayah Sumatera Utara yang meliputi rekapan data jumlah persediaan, permintaan, dan biaya transportasi (ongkos) per bulannya untuk mulai dari Januari 2023 sampai dengan Desember 2023.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Masalah transportasi yang ada dalam penelitian ini ialah masalah transportasi tak seimbang dengan menggunakan metode Sirisha - Viola sebagai penyelesaian masalahnya. Karena tak seimbang maka diperlukan penambahan dummy untuk mendapatkan tabel yang seimbang. Tujuan yang dicapai untuk memperoleh biaya transportasi minimum. Data yang digunakan adalah data sekunder yang diperoleh dari Perusahaan Umum Bulog Kantor Wilayah Sumatera Utara berupa catatan dan laporan pada Januari 2023 hingga Desember 2023. Data berupa data persediaan beras, data permintaan beras dan biaya transportasi per ton dari setiap gudang ke tujuan permintaan. Biaya transportasi dihitung per satuan ton. Terdapat 4 gudang persediaan yaitu gudang Labuhan Deli, gudang Jabar, gudang Pulo Brayan Darat I, dan gudang Pulo Brayan Darat II. Selanjutnya, beras akan dikirim ke 7 tujuan yaitu Sumber Mufakat, Naga pita, Lumban Pea, Kisaran Naga, Bakaran Batu, Sarudik, dan Palopat. Adapun data ini diberikan sebagai berikut.

Tabel 1 Data Persediaan Beras

No	Gudang	Kuantitas	Satuan
1	Labuhan Deli	7.500	Ton
2	Mabar	19.197	Ton
3	Pulo Brayan Darat I	6.803	Ton
4	Pulo Brayan Darat II	8.196	Ton
Total		41.696	Ton

Tabel 2 Data Permintaan Beras

No	Tujuan	Kuantitas	Satuan
1	Sumber Mufakat	4.500	Ton
2	Naga Pita	7.550	Ton
3	Lumban Pea	4.950	Ton
4	Kisaran Naga	9.050	Ton
5	Bakaran Batu	5.450	Ton
6	Sarudik	6.250	Ton
7	Palopat	6.000	Ton
Total		43.750	Ton

Tabel 3 Data Biaya Transportasi Beras dari Setiap Sumber ke Tujuan

Sumber	Tujuan						
	Sumber Mufakat (Rp/ton)	Naga Pita (Rp/ton)	Lumban Pea (Rp/ton)	Kisaran Naga (Rp/ton)	Bakaran Batu (Rp/ton)	Sarudik (Rp/ton)	Palopat (Rp/ton)
L. Deli	214	213	275	247.4	285	422	412
Mabar	214	213	287	247.4	297	422	412
PBD I	214	213,5	287	247.4	297	422	412
PBD II	214	213	275	247.4	297	422	412

Model matematika masalah transportasi dari tabel 3 dapat dijabarkan sebagai berikut :

Variabel Keputusan :

x_{11} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_1

x_{12} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_2

x_{13} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_3

x_{14} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_4

x_{15} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_5

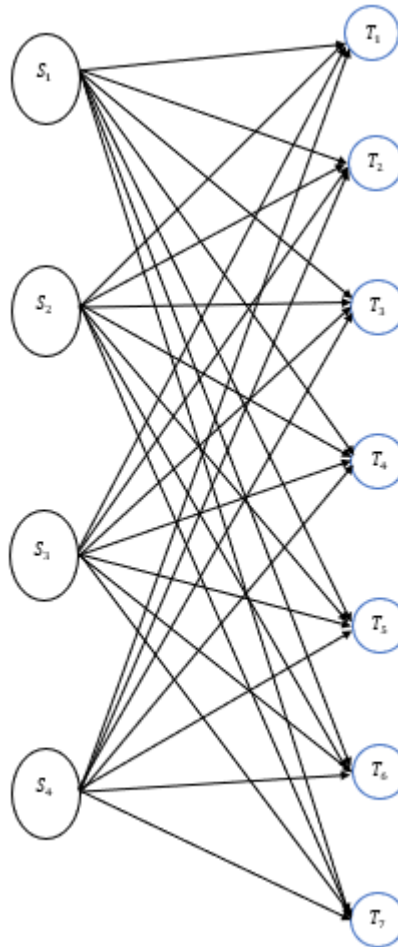
x_{16} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_6

x_{17} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_7

⋮

⋮

x_{47} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_4 ke T_7



Ket:

$\rightarrow : x_{11}, x_{12}, \dots, x_{47}$

Diagram variabel keputusan masalah transportasi

Dengan menggunakan persamaan (2.1), (2.2), (2.3) dan (2.4) maka,

Fungsi Tujuan :

Minimum :

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

$$Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + \dots + c_{47}x_{47}$$

$$\begin{aligned} Z = & 214x_{11} + 213x_{12} + 275x_{13} + 247,4x_{14} + 285x_{15} + 422x_{16} + 412x_{17} + 214x_{21} + 213x_{22} \\ & + 287x_{23} + 247,4x_{24} + 297x_{25} + 422x_{26} + 412x_{27} + 214x_{31} + 213,500x_{32} \\ & + 287x_{33} + 247,4x_{34} + 297x_{35} + 422x_{36} + 412x_{37} + 214x_{41} + 213x_{42} \\ & + 275x_{43} + 247,4x_{44} + 297x_{45} + 422x_{46} + 412x_{47} \end{aligned}$$

Kendala Persediaan:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} &= 7.500 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} &= 19.197 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} &= 6.803 \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} &= 8.196 \end{aligned}$$

Kendala Permintaan:

$$\begin{aligned}
x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} &= 4.500 \\
x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} &= 7.550 \\
x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} &= 4.950 \\
x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} &= 9.050 \\
x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} &= 5.450 \\
x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} &= 6.250 \\
x_{17} + x_{27} + x_{37} + x_{47} &= 6.000
\end{aligned}$$

Kendala non negative:

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{17}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{25}, x_{26}, x_{27}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34}, x_{35}, x_{36}, x_{37}, x_{41}, x_{42}, x_{43}, x_{44}, x_{45}, x_{46}, x_{47} \geq 0$$

Tabel 4 Masalah Transportasi

Sumber	Tujuan							a_i
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	
S_1	214 x_{11}	213 x_{12}	275 x_{13}	247.4 x_{14}	285 x_{15}	422 x_{16}	412 x_{17}	7.500
S_2	214 x_{21}	213 x_{22}	287 x_{23}	247.4 x_{24}	297 x_{25}	422 x_{26}	412 x_{27}	19.197
S_3	214 x_{31}	213.5 x_{32}	287 x_{33}	247.4 x_{34}	297 x_{35}	422 x_{36}	412 x_{37}	6.803
S_4	214 x_{41}	213 x_{42}	275 x_{43}	247.4 x_{44}	297 x_{45}	422 x_{46}	412 x_{47}	8.196
b_j	4.500	7.550	4.950	9.050	5.450	6.250	6.000	43.750

Ket: S_1 : Labuhan Deli
 S_2 : Mabar
 S_3 : Pulo Brayan Darat I
 S_4 : Pulo Brayan Darat II
 T_1 : Sumber Mufakat
 T_2 : Naga Pita
 T_3 : Lumban Pea
 T_4 : Kisaran Naga
 T_5 : Bakaran Batu
 T_6 : Sarudik
 T_7 : Palopat

a_i : permintaan

b_j : persediaan

Menyeimbangkan Masalah Transportasi

Berdasarkan Tabel 4 diketahui bahwa masalah transportasi yang dialami Perum Bulog adalah masalah transportasi tak seimbang maka dilakukan penambahan baris/kolom dummy ke setiap baris ke -i dengan nilai C_{ij} bernilai 0 (Pratama et al., 2017) karena baris atau kolom dummy menunjukkan bahwa tujuan atau sumber tersebut tidak terlibat dalam distribusi produk dengan langkah-langkah sebagai berikut.

Langkah 1: Membuat tabel transportasi dari data yang diperoleh apakah seimbang atau tidak, jika tidak tambahkan baris ke- i atau kolom ke- i dummy. Karena diketahui bahwa total jumlah persediaan $\sum (a)_i < \sum (b)_j$ maka menambahkan baris dummy dengan setiap biaya pada entri dummy bernilai 0.

Tabel 5 Masalah Transportasi yang Diseimbangkan

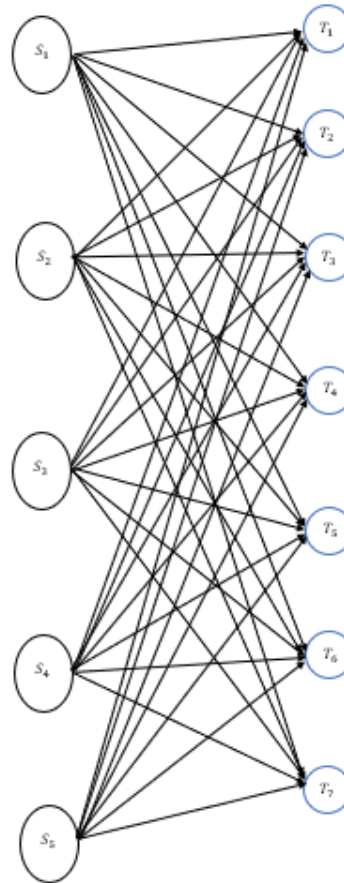
Sumber	Tujuan							a_i
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	
S_1	214 x_{11}	213,5 x_{12}	275 x_{13}	247,4 x_{14}	285 x_{15}	422 x_{16}	412 x_{17}	7.500
S_2	214 x_{21}	213 x_{22}	287 x_{23}	247,4 x_{24}	297 x_{25}	422 x_{26}	412 x_{27}	19.197
S_3	214 x_{31}	213 x_{32}	287 x_{33}	247,4 x_{34}	297 x_{35}	422 x_{12}	412 x_{37}	6.803
S_4	214 x_{41}	213 x_{42}	275 x_{43}	247,4 x_{44}	297 x_{45}	422 x_{12}	412 x_{47}	8.196
S_5	0	0	0	0	0	0	0	2.054
b_j	4.550	7.550	4.950	9.050	5.450	6.250	6.000	43.750

Ket : S_5 : dummy

Tabel 5 menunjukkan bahwa masalah transportasi telah seimbang maka formula matematika dari masalah transportasi sebagai berikut.

Variabel Keputusan :

- x_{11} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_1
- x_{12} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_2
- x_{13} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_3
- x_{14} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_4
- x_{15} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_5
- x_{16} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_6
- x_{17} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_1 ke T_7
- ⋮
- x_{57} : Banyaknya beras per ton yang dialokasikan dari S_5 ke T_7



Ket :

→ : $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{47}$

Diagram variabel keputusan masalah transportasi yang diseimbangkan

Dengan menggunakan persamaan (2.1), (2.2), (2.3) dan (2.4) maka

Fungsi Tujuan :

Minimum :

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}$$

$$Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + \dots + c_{47}x_{47}$$

$$\begin{aligned} Z = & 214x_{11} + 213x_{12} + 275x_{13} + 247.400x_{14} + 285x_{15} + 422x_{16} + 412x_{17} + 214x_{21} \\ & + 213x_{22} + 287x_{23} + 247.400x_{24} + 297x_{25} + 422x_{26} + 412x_{27} + 214x_{31} \\ & + 213.500x_{32} + 287x_{33} + 247.400x_{34} + 297x_{35} + 422x_{36} + 412x_{37} \\ & + 214x_{41} + 213x_{42} + 275x_{43} + 247.400x_{44} + 297x_{45} + 422x_{46} + 412x_{47} \\ & + 0x_{51} + 0x_{52} + 0x_{53} + 0x_{54} + 0x_{55} + 0x_{56} + 0x_{57} \end{aligned}$$

Kendala Persediaan:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} &= 7.500 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} &= 19.197 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} &= 6.803 \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} &= 8.196 \\ x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} + x_{57} &= 2.054 \end{aligned}$$

Kendala Permintaan:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} &= 4.500 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} &= 7.550 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} &= 4.950 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} &= 9.050 \end{aligned}$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} = 5.450$$

$$x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} + x_{56} = 6.250$$

$$x_{17} + x_{27} + x_{37} + x_{47} + x_{57} = 6.000$$

Kendala non negatif:

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{17}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{25}, x_{26}, x_{27}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34}, x_{35}, x_{36}, x_{37}, x_{41}, x_{42}, x_{43}, x_{44}, x_{45}, x_{46}, x_{47}, x_{51}, x_{52}, x_{53}, x_{54}, x_{55}, x_{56}, x_{57} \geq 0$$

Metode Sirisha - Viola

Tabel transportasi yang telah diseimbangkan sebelumnya sudah dapat dicari solusi menggunakan metode Sirisha - Viola dengan langkah-langkah sebagai berikut.

Langkah 2. Menukar baris ganjil dan genap yang berdekatan bersesuaian dengan supply. Maka menukar baris S_1 dengan S_3 , baris S_1 yang telah ditukar ke S_3 dengan baris S_5 , dan baris S_2 dengan baris S_4 .

Tabel 6 Hasil Menukar Baris Ganjil dan Genap

Sumber	Tujuan							a_i
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	
S_3	214	213,5	287	247,4	297	422	412	6.803
S_4	214	213	275	247,4	297	422	412	8.196
S_5	0	0	0	0	0	0	0	2.054
S_2	214	213	287	247,4	297	422	412	19.197
S_1	214	213	275	247,4	285	422	412	7.500
b_j	4.500	7.550	4.950	9.050	5.450	6.250	6.000	43.750

Langkah 3. Menukar kolom ganjil dan genap yang berdekatan bersesuaian dengan demand. Maka menukar kolom T_1 dengan kolom T_3 , kolom T_1 yang telah ditukar ke T_3 ditukar dengan kolom T_5 , kolom T_1 yang telah ditukar ke T_5 ditukar dengan kolom T_7 , Kolom T_2 dengan kolom T_4 , dan kolom T_2 yang telah ditukar dengan T_4 dengan kolom T_6 .

Tabel 7 Hasil Menukar Kolom Ganjil dan Genap

Sumber	Tujuan							a_i
	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_2	T_1	
S_3	287	247,4	297	422	412	213,5	214	6.803
S_4	275	247,4	297	422	412	213	214	8.196
S_5	0	0	0	0	0	0	0	2.054
S_2	287	247,4	297	422	412	213	214	19.197
S_1	275	247,4	285	422	412	213	214	7.500
b_j	4.950	9.050	5.450	6.250	6.000	7.550	4.500	43.750

- Langkah 4. Setelah hasil penukaran baris dan kolom maka dilakukan reduksi baris artinya mengidentifikasi elemen terkecil dan melakukan pengurangan (pinalti) pada entri di setiap baris dengan elemen terkecil tersebut.
- Pada baris S_3 biaya terkecilnya terletak pada C_{32} dengan jumlah biaya 213,5. Sehingga masing – masing nilai dari baris pertama untuk masing – masing sel akan dikurangi 213,5. Maka diperoleh

$$c_{33} = c_{33} - c_{32} = 287 - 213,5 = 73,5$$

$$c_{34} = c_{34} - c_{32} = 247,4 - 213,5 = 33,9$$

$$c_{35} = c_{35} - c_{32} = 297 - 213,5 = 83,5$$

$$c_{36} = c_{36} - c_{32} = 422 - 213,5 = 208,5$$

$$c_{37} = c_{33} - c_{32} = 412 - 213,5 = 198,5$$

$$c_{32} = c_{33} - c_{32} = 213,5 - 213,5 = 0$$

a. Pada baris S_4 biaya terkecilnya terletak pada C_{42} dengan jumlah biaya 213. Sehingga masing – masing nilai dari baris kedua untuk masing – masing sel akan dikurangi 213. Maka diperoleh

$$c_{43} = c_{43} - c_{42} = 275 - 213 = 62$$

$$c_{44} = c_{44} - c_{42} = 247,4 - 213 = 34,4$$

$$c_{45} = c_{45} - c_{42} = 297 - 213 = 84$$

$$c_{46} = c_{46} - c_{42} = 422 - 213 = 209$$

$$c_{47} = c_{43} - c_{42} = 412 - 213 = 199$$

$$c_{42} = c_{43} - c_{42} = 213 - 213 = 0$$

a. Pada baris S_5 biaya terkecilnya terletak pada C_{53} hingga C_{51} dengan jumlah biaya 0. Sehingga masing – masing nilai dari baris ketiga untuk masing – masing sel akan dikurangi 0. Dikarenakan seluruhnya bernilai 0 maka seluruh nilai pada baris ketiga menghasilkan 0.

b. Pada baris S_2 biaya terkecilnya terletak pada C_{22} dengan jumlah biaya 213. Sehingga masing – masing nilai dari baris keempat untuk masing – masing sel akan dikurangi 213. Maka diperoleh

$$c_{23} = c_{23} - c_{22} = 287 - 213 = 74$$

$$c_{24} = c_{24} - c_{22} = 247,4 - 213 = 34,4$$

$$c_{25} = c_{25} - c_{22} = 297 - 213 = 84$$

$$c_{26} = c_{26} - c_{22} = 422 - 213 = 209$$

$$c_{27} = c_{23} - c_{22} = 412 - 213 = 199$$

$$c_{22} = c_{23} - c_{22} = 213 - 213 = 0$$

$$c_{21} = c_{23} - c_{22} = 214 - 213 = 1$$

Pada baris S_1 biaya terkecilnya terletak pada C_{12} dengan jumlah biaya 213. Sehingga masing – masing nilai dari baris kelima untuk masing – masing sel akan dikurangi 213. Maka diperoleh

$$c_{13} = c_{13} - c_{12} = 275 - 213 = 62$$

$$c_{14} = c_{14} - c_{12} = 247,4 - 213 = 34,4$$

$$c_{15} = c_{15} - c_{12} = 285 - 213 = 72$$

$$c_{16} = c_{16} - c_{12} = 422 - 213 = 209$$

$$c_{17} = c_{13} - c_{12} = 412 - 213 = 199$$

$$c_{12} = c_{13} - c_{12} = 213 - 213 = 0$$

$$c_{11} = c_{13} - c_{12} = 214 - 213 = 1$$

Setelah mengurangi setiap baris dengan mengurangi biaya pada setiap entri baris dengan masing – masing biaya terkecilnya, maka diperoleh hasil reduksi baris dalam tabel 8 berikut.

Tabel 8 Hasil Reduksi Biaya pada Baris

Sumber	Tujuan							a_i
	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_2	T_1	
S_3	73,5	33,9	83,5	208,5	198,5	0	0,5	6.803
S_4	62	34,4	84	209	199	0	1	8.196

S_5	0	0	0	0	0	0	0	2.054
S_2	74	34,4	84	209	199	0	1	19.197
S_1	62	34,4	72	209	199	0	1	7.500
b_j	4.950	9.050	5.450	6.250	6.000	7.550	4.500	43.750

Dikarenakan nilai *dummy* (S_5) masih bernilai 0 maka mengganti entri biaya pada baris S_5 dengan entri biaya terbesar hasil reduksi biaya setiap baris sebesar 209.

$$c_{53} = c_{53} + 209 = 0 + 209 = 209$$

$$c_{54} = c_{54} + 209 = 0 + 209 = 209$$

$$c_{55} = c_{55} + 209 = 0 + 209 = 209$$

$$c_{56} = c_{56} + 209 = 0 + 209 = 209$$

$$c_{57} = c_{57} + 209 = 0 + 209 = 209$$

$$c_{52} = c_{52} + 209 = 0 + 209 = 209$$

$$c_{51} = c_{51} + 209 = 0 + 209 = 209$$

Setelah mengganti entri biaya pada baris S_5 maka diperoleh tabel 9

Tabel 9 Hasil Mengganti Entri Biaya Terbesar Baris Dummy

Sumber	Tujuan							a_i
	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_2	T_1	
S_3	73,5	33,9	83,5	208,5	198,5	0	0,5	6.803
S_4	62	34,4	84	209	199	0	1	8.196
S_5	209	209	209	209	209	209	209	2.054
S_2	74	34,4	84	209	199	0	1	19.197
S_1	62	34,4	72	209	199	0	1	7.500
b_j	4.950	9.050	5.450	6.250	6.000	7.550	4.500	43.750

Dari Tabel 9 bahwa setiap kolom belum memiliki minimal satu entri biaya bernilai 0 maka lakukan reduksi kolom dengan mengidentifikasi elemen terkecil di setiap kolom lalu kurangkan biaya setiap kolom dengan entri terkecil tersebut.

a. Pada kolom T_3 biaya terkecilnya terletak pada c_{43} dan c_{13} dengan jumlah biaya 62.

Dikarenakan adanya kolom yang sama maka pilih salah satu. Entri biaya yang dipilih adalah c_{42} sehingga masing – masing nilai dari kolom pertama untuk masing – masing sel akan dikurangi 62. Maka diperoleh

$$c_{33} = c_{33} - c_{43} = 73,5 - 62 = 11,5$$

$$c_{43} = c_{43} - c_{43} = 62 - 62 = 0$$

$$c_{53} = c_{53} - c_{43} = 209 - 62 = 147$$

$$c_{23} = c_{23} - c_{43} = 74 - 62 = 12$$

$$c_{13} = c_{13} - c_{43} = 62 - 62 = 0$$

b. Pada kolom T_4 biaya terkecilnya terletak pada c_{34} dengan jumlah biaya 33,9. Sehingga masing – masing nilai dari kolom kedua untuk masing – masing sel akan dikurangi 33,9. Maka diperoleh

$$c_{34} = c_{34} - c_{34} = 33,9 - 33,9 = 0$$

$$c_{44} = c_{44} - c_{34} = 34,4 - 33,9 = 0,5$$

$$c_{54} = c_{54} - c_{34} = 209 - 33,9 = 175,1$$

$$c_{24} = c_{24} - c_{34} = 34,4 - 33,9 = 0,5$$

$$c_{14} = c_{14} - c_{34} = 34,4 - 33,9 = 0,5$$

c. Pada kolom T_5 biaya terkecilnya terletak pada c_{15} dengan jumlah biaya 72. Sehingga masing

– masing nilai dari kolom ketiga untuk masing – masing sel akan dikurangi 72. Maka diperoleh

$$c_{35} = c_{35} - c_{15} = 83,5 - 72 = 11,5$$

$$c_{45} = c_{45} - c_{15} = 84 - 72 = 12$$

$$c_{55} = c_{55} - c_{15} = 209 - 72 = 137$$

$$c_{25} = c_{25} - c_{15} = 84 - 72 = 12$$

$$c_{15} = c_{15} - c_{15} = 72 - 72 = 0$$

d. Pada kolom T_6 biaya terkecilnya terletak pada c_{36} dengan jumlah biaya 208,5. Sehingga masing – masing nilai dari kolom keempat untuk masing – masing sel akan dikurangi 208,5.

Maka diperoleh

$$c_{36} = c_{36} - c_{36} = 208,5 - 208,5 = 0$$

$$c_{46} = c_{46} - c_{36} = 209 - 208,5 = 0,5$$

$$c_{56} = c_{56} - c_{36} = 209 - 208,5 = 0,5$$

$$c_{26} = c_{26} - c_{36} = 209 - 208,5 = 0,5$$

$$c_{16} = c_{16} - c_{36} = 209 - 208,5 = 0,5$$

e. Pada kolom T_7 biaya terkecilnya terletak pada c_{37} dengan jumlah biaya 198,5. Sehingga masing – masing nilai dari kolom kelima untuk masing – masing sel akan dikurangi 198,5.

Maka diperoleh

$$c_{37} = c_{37} - c_{37} = 198,5 - 198,5 = 0$$

$$c_{47} = c_{47} - c_{37} = 199 - 198,5 = 0,5$$

$$c_{57} = c_{57} - c_{37} = 209 - 198,5 = 10,5$$

$$c_{27} = c_{27} - c_{37} = 199 - 198,5 = 0,5$$

$$c_{17} = c_{17} - c_{37} = 199 - 198,5 = 0,5$$

f. Pada kolom T_2 biaya terkecilnya terletak pada $c_{32}, c_{42}, c_{22}, c_{12}$ dengan jumlah biaya 0.

Dikarenakan adanya kolom yang sama maka pilih salah satu. Entri biaya yang dipilih adalah c_{32} sehingga masing – masing nilai dari kolom pertama untuk masing – masing sel akan dikurangi 0. Maka diperoleh

$$c_{32} = c_{32} - c_{32} = 0 - 0 = 0$$

$$c_{42} = c_{42} - c_{32} = 0 - 0 = 0$$

$$c_{52} = c_{52} - c_{32} = 209 - 0 = 209$$

$$c_{22} = c_{22} - c_{32} = 0 - 0 = 0$$

$$c_{12} = c_{12} - c_{32} = 0 - 0 = 0$$

g. Pada kolom T_1 biaya terkecilnya terletak pada c_{31} dengan jumlah biaya 0,5. Sehingga masing – masing nilai dari kolom ketujuh untuk masing – masing sel akan dikurangi 0,5. Maka diperoleh

$$c_{31} = c_{31} - c_{31} = 0,5 - 0,5 = 0$$

$$c_{41} = c_{41} - c_{31} = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$c_{51} = c_{51} - c_{31} = 209 - 0,5 = 208,5$$

$$c_{21} = c_{21} - c_{31} = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$c_{11} = c_{11} - c_{31} = 1 - 0,5 = 0,5$$

Tabel 10 Hasil Reduksi Biaya pada Kolom

Sumber	Tujuan							a_i
	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_2	T_1	
S_3	11,5	0	11,5	0	0	0	0	6.803
S_4	0	0,5	12	0,5	0,5	0	1	8.196
S_5	147	175,1	137	0,5	10,5	209	208,5	2.054
S_2	12	0,5	12	0,5	0,5	0	1	19.197

S_1	0	0,5	0	0,5	0,5	0	1	7.500
b_j	4.950	9.050	5.450	6.250	6.000	7.550	4.500	43.750

Karena pada baris S_5 belum memiliki satu entri biaya bernilai 0 maka dilakukan reduksi kembali pada baris S_5 . Nilai entri biaya terkecil pada baris S_5 bernilai 0,5.

$$\begin{aligned}
S_5 : c_{53} - 0,5 &= 147 - 0,5 = 146,5 \\
c_{54} - 0,5 &= 175,1 - 0,5 = 174,6 \\
c_{55} - 0,5 &= 137 - 0,5 = 136,5 \\
c_{56} - 0,5 &= 0,5 - 0,5 = 0 \\
c_{57} - 0,5 &= 10,5 - 0,5 = 10 \\
c_{52} - 0,5 &= 209 - 0,5 = 208,5 \\
c_{51} - 0,5 &= 208,5 - 0,5 = 208
\end{aligned}$$

Tabel 11 Hasil Reduksi Biaya pada Baris Dummy

Sumber	Tujuan							a_i
	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_2	T_1	
S_3	11,5	0	11,5	0	0	0	0	6.803
S_4	0	0,5	12	0,5	0,5	0	1	8.196
S_5	146,5	174,6	136,5	0	10	208,5	208	2.054
S_2	12	0,5	12	0,5	0,5	0	1	19.197
S_1	0	0,5	0	0,5	0,5	0	1	7.500
b_j	4.950	9.050	5.450	6.250	6.000	7.550	4.500	43.750

Karena setiap baris dan kolom memiliki minimal satu entri biaya bernilai 0 maka dapat dilanjutkan ke langkah 5.

Langkah 5. Setelah memilih satu entri bernilai nol pada setiap baris dan mengalokasikan semaksimal mungkin dari persediaan atau permintaan dengan cara $x_{ij} = \min(a_i, b_j)$. Jika terdapat lebih dari satu entri nol maka dapat ditetapkan kesalah satu entri bernilai nol yang memiliki nilai (a_i, b_j) terkecil dan disilangkan ke sisi lain baris berikutnya. Maka entri biaya bernilai nol pertama yang dialokasikan adalah $(S_3, T_1) = \min(6.803, 4.500) = 4.500$ maka persediaan S_3 tersisa 2.303 ton dan permintaan T_1 terpenuhi. Selanjutnya disilangkan adalah $(S_4, T_3) = \min(8.196, 4.950) = 4.950$ maka persediaan S_4 tersisa 3.246 ton dan permintaan T_3 terpenuhi. Selanjutnya disilangkan adalah $(S_5, T_6) = \min(2.054, 6.250) = 2.054$ maka persediaan (S_5) teralokasikan dan permintaan T_6 tersisa 4.196. Selanjutnya disilangkan adalah $(S_2, T_2) = \min(19.197, 7.550) = 7.550$ maka persediaan S_2 tersisa 11.647 teralokasikan dan permintaan T_2 terpenuhi. Selanjutnya disilangkan adalah $(S_1, T_5) = \min(7.500, 5.450) = 5.450$ maka persediaan (S_1) tersisa 2.050 teralokasikan dan permintaan T_5 terpenuhi. Maka pengalokasian pertama pada tabel 12.

$$x_{ij} = \min(a_i, b_j)$$

$$\begin{aligned}
x_{31} &= \min(S_3, T_1) \\
&= \min(6.803, 4.500) \\
&= 2.303
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{22} &= \min(S_2, T_2) \\
&= \min(19.197, 7.550) \\
&= 11.647
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{43} &= \min(S_4, T_3) \\
&= \min(8.196, 4.950) \\
&= 3.246
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{15} &= \min(S_1, T_5) \\
&= \min(7.500, 5.450) \\
&= 2.050
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{56} &= \min(S_5, T_6) \\
&= \min(2.054, 6.250)
\end{aligned}$$

$$= 4.196$$

Tabel 12 Hasil Pengalokasian Pertama

Sumber	Tujuan							a_i
	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_2	T_1	
S_3	11,5	0	11,5	0	0	0	0	2.303
							4.500	
S_4	0	0,5	12	0,5	0,5	0	1	3.246
	4.950							
S_5	146,5	174,6	136,5	0	10	208,5	208	0
			2.054					
S_2	12	0,5	12	0,5	0,5	0	0,5	11.647
					7.550			
S_1	0	0,5	0	0,5	0,5	0	0,5	2.050
		5.450						
b_j	0	9.050	0	6.250	6.000	0	0	43.750

Langkah 6. Setelah pengalokasian pertama dilakukan terdapat persediaan dan permintaan yang tersisa dan belum terpenuhi maka alokasikan $x_{ij} = \min(a_i, b_j)$ hingga persediaan dan permintaan terpenuhi seluruhnya. Karena persediaan dan permintaan masih ada maka alokasi pada baris $(S_3, T_6) = \min(2.303, 4.196) = 2.303$ maka persediaan S_3 teralokasikan dan permintaan T_6 tersisa 1.893 ton. Karena permintaan T_6 belum terpenuhi maka disilangkan dengan persediaan S_4 yakni $(S_4, T_6) = \min(3.246, 1.893) = 1.893$ maka persediaan S_4 tersisa 1.353 dan permintaan T_6 terpenuhi. Selanjutnya disilangkan adalah $(S_4, T_7) = \min(1.353, 6.000) = 1.353$ maka persediaan S_4 teralokasikan sepenuhnya dan permintaan T_7 tersisa 4.647 ton. Karena permintaan T_7 belum terpenuhi maka disilangkan dengan persediaan S_2 yakni $(S_2, T_7) = \min(11.647, 4.647) = 4.647$ maka persediaan S_2 tersisa 7.550 ton dan permintaan T_7 terpenuhi. Selanjutnya persediaan S_2 yang masih tersisa disilangkan dengan permintaan T_4 yang belum teralokasikan yakni $(S_2, T_4) = \min(7.550, 9.050) = 7.550$ maka persediaan S_2 teralokasikan seluruhnya dan permintaan T_4 tersisa 2.050 ton. Selanjutnya permintaan T_4 yang tersisa disilangkan dengan persediaan S_1 yakni $(S_1, T_4) = \min(2.050, 2.050) = 2.050$ maka persediaan dan permintaan terpenuhi seluruhnya. Maka pengalokasian kedua pada tabel 13.

$$x_{ij} = \min(a_i, b_j)$$

$$\begin{aligned} x_{34} &= \min(S_3, T_6) \\ &= \min(2.303, 4.196) \\ &= 1.893 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{44} &= \min(S_4, T_6) \\ &= \min(3.246, 1.893) \\ &= 1.353 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{47} &= \min(S_4, T_7) \\ &= \min(1.353, 6.000) \\ &= 1.353 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{27} &= \min(S_2, T_7) \\ &= \min(11.647, 4.647) \\ &= 4.647 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{15} &= \min(S_2, T_4) \\ &= \min(7.550, 9.050) \\ &= 7.550 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{15} &= \min(S_1, T_4) \\ &= \min(2.050, 2.050) \\ &= 2.050 \end{aligned}$$

Tabel 13 Tabel Hasil Pengalokasian Kedua

Sumber	Tujuan							a_i
	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_2	T_1	
S_3	11,5	0	11,5	0	0	0	0	0
				2.303			4.500	
S_4	0	0,5	12	0,5	0,5	0	1	0
	4.950			1.893	1.353			
S_5	146,5	174,6	136,5	0	10	208,5	208	0
				2.054				
S_2	12	0,5	12	0,5	0,5	0	0,5	0
		7.000			4.647	7.550		
S_1	0	0,5	0	0,5	0,5	0	0,5	0
		2.050	5.450					
b_j	0	0	0	0	0	0	0	43.750

Langkah 7. Setelah pengalokasian seluruhnya telah terpenuhi maka *input* kembali nilai entri biaya awal menggunakan tabel 7 dan menghitung solusi optimal.

Tabel 14 Hasil *Input* Nilai Entri Biaya Awal

Sumber	Tujuan							a_i
	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_2	T_1	
S_3	287	247,4	297	422	412	213,5	214	0
				2.303			4.500	
S_4	275	247,4	297	422	412	213	214	0
	4.950			1.893	1.353			
S_5	0	0	0	0	0	0	0	0
				2.054				
S_2	287	247,4	297	422	412	213	214	0
		7.000			4.647	7.550		
S_1	275	247,4	285	422	412	213	214	0
		2.050	5.450					
b_j	0	0	0	0	0	0	0	43.750

Setelah memasukkan kembali nilai entri biaya awal maka baris dan kolom ditukar kembali ke posisi awal untuk memperoleh solusi maka dihasilkan tabel 15.

Tabel 15 Baris dan Kolom yang Ditukar Kembali untuk Memperoleh Solusi

Sumber	Tujuan							a_i
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	
S_1	214	213	275	247,4	285	422	412	7.500
				2.050	5.450			
S_2	214	213	287	247,4	297	422	412	6.803
		7.550		7.000			4.647	
S_3	214	213,5	287	247,4	297	422	412	2.054
	4.500					2.303		
S_4	214	213	275	247,4	297	422	412	19.197
			4.950			7.550	1.353	
S_5	0	0	0	0	0	0	412	8.196
						2.054		
b_j	4.500	7.550	4.950	9.050	5.450	6.250	6.000	43.750

Berdasarkan tabel 4.15 diketahui S_1 mengalokasikan sebesar 2.050 ton ke T_4 dan T_5 sebesar 5.450 ton, S_2 mengalokasikan sebesar 7.550 ton ke T_2 dan T_4 sebesar 7.000 ton, dan T_7 sebesar 4.647 ton, S_3 mengalokasikan sebesar 4.500 ton ke T_1 dan T_6 sebesar 2.303 ton, selanjutnya S_4 mengalokasikan sebesar 4.950 ton ke T_3 , T_6 sebesar 7.550 ton, dan T_7 sebesar 1.353 ton dan permintaan T_6 belum terpenuhi sebesar 2.054 ton. Maka didapatkan solusi dengan cara:

$$\begin{aligned}
 Z &= 214x_{11} + 213x_{12} + 275.000x_{13} + 247.400x_{14} + 285.000x_{15} + 422x_{16} + 412x_{17} \\
 &\quad + 214x_{21} + 213x_{22} + 287x_{23} + 247.400x_{24} + 297x_{25} + 422x_{26} + 412x_{27} \\
 &\quad + 214x_{31} + 213.500x_{32} + 287x_{33} + 247.400x_{34} + 297x_{35} + 422x_{36} \\
 &\quad + 412x_{37} + 214x_{41} + 213x_{42} + 275x_{43} + 247.400x_{44} + 297x_{45} + 422x_{46} \\
 &\quad + 412x_{47} + 0x_{11} + 0x_{12} + 0x_{13} + 0x_{14} + 0x_{15} + 0x_{16} + 0x_{17} \\
 &= (214 \times 0) + (213 \times 0) + (275 \times 0) + (247,4 \times 2.050) + (285 \times 5.450) + (422 \times 0) \\
 &\quad + (412 \times 0) + (214 \times 0) + (213 \times 7.550) + (287 \times 0) + (247,4 \times 7) \\
 &\quad + (297 \times 0) + (422 \times 0) + (412 \times 4.647) + (214 \times 4.500) + (213.500 \times 0) \\
 &\quad + (287 \times 0) + (247,4 \times 0) + (297 \times 0) + (422 \times 2.303) + (412 \times 0) \\
 &\quad + (214 \times 0) + (213 \times 0) + (275 \times 4.950) + (247,4 \times 0) + (297 \times 0) \\
 &\quad + (422 \times 1.893) + (412 \times 1.353) + (0 \times 0) + (0 \times 0) + (0 \times 0) + (0 \times 0) \\
 &\quad + (0 \times 0) + (0 \times 0) + (0 \times 0) \\
 &= (0) + (0) + (0) + (507.170) + (1.553.250) + (0) + (0) + (0) + (1.608.150) + (0) \\
 &\quad + (1.731.800) + (0) + (0) + (1.914.564) + (963.000) + (0) + (0) + (0) \\
 &\quad + (0) + (971.866) + (0) + (0) + (0) + (1.361.250) + (0) + (0) + (798.846) \\
 &\quad + (557.436) + (0) + (0) + (0) + (0) + (0) + (0) \\
 &= \text{Rp } 11.967.332 \times 1.000 \\
 &= \text{Rp } 11.967.332.000
 \end{aligned}$$

Uji Optimalitas

Setelah solusi diperoleh dari metode Sirisha – Viola, maka akan dilakukan uji optimalitas apakah metode ini menghasilkan solusi yang optimal. Hal yang pertama sekali dilakukan sebelum metode MODI, identifikasi dahulu solusi awal yang diperoleh. Dengan syarat jumlah baris ditambah dengan jumlah kolom dikurang satu ($m+n-1$) sama dengan banyaknya variabel basis. Pada contoh kasus ini diketahui bahwa $m=4$ dan $n=7$ sehingga diperoleh $(4+7-1=11)$ artinya memenuhi syarat karena variabel basisnya sesuai. Maka dapat dilanjutkan ke pengujian solusi optimal menggunakan MODI

Langkah 1. Menentukan nilai u_i untuk setiap baris dan v_j untuk setiap kolom menggunakan persamaan (2.5) untuk semua variabel basis dan menetapkan nilai $u_1 = 0$ dari tabel transportasi dari solusi awal pada tabel 14.

Langkah 2. Pengisian nilai indeks menggunakan rumus $c_{ij} = u_i + v_j$ dimana

$u_1 = 0$ maka:

$$c_{14} = u_1 + v_4 \rightarrow 247,4 = 0 + v_4 \rightarrow v_4 = 247,4$$

$$c_{15} = u_1 + v_5 \rightarrow 285 = 0 + v_5 \rightarrow v_5 = 285$$

$$c_{22} = u_2 + v_2 \rightarrow 213 = 0 + v_2 \rightarrow v_2 = 213$$

$$c_{24} = u_2 + v_4 \rightarrow 247,4 = u_2 + 247,4 \rightarrow u_2 = 0$$

$$c_{27} = u_2 + v_7 \rightarrow 412 = 0 + v_7 \rightarrow v_7 = 412$$

$$c_{31} = u_3 + v_1 \rightarrow 214 = 0 + v_1 \rightarrow v_1 = 214$$

$$c_{36} = u_3 + v_6 \rightarrow 422 = u_3 + 422 \rightarrow u_3 = 0$$

$$c_{43} = u_4 + v_3 \rightarrow 275 = 0 + v_3 \rightarrow v_3 = 275$$

$$c_{46} = u_4 + v_6 \rightarrow 422 = 0 + v_6 \rightarrow v_6 = 422$$

$$c_{47} = u_4 + v_7 \rightarrow 412 = u_4 + 412 \rightarrow u_4 = 0$$

$$c_{56} = u_5 + v_6 \rightarrow 0 = u_5 + 422 \rightarrow v_4 = -422$$

Langkah 3. Melakukan indeks perbaikan variabel non basis (entri kosong) dengan rumus : $x_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$, maka :

$$\begin{aligned} x_{11} &= c_{11} - u_1 - v_1 & x_{33} &= c_{33} - u_3 - v_3 \\ &= 214 - 0 - 214 & &= 287 - 0 - 275 \\ &= 0 & &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{12} &= c_{12} - u_1 - v_2 & x_{34} &= c_{34} - u_3 - v_4 \\ &= 213 - 0 - 213 & &= 247,4 - 0 - 247,4 \\ &= 0 & &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{13} &= c_{13} - u_1 - v_3 & x_{35} &= c_{35} - u_3 - v_5 \\ &= 275 - 0 - 275 & &= 297 - 0 - 285 \\ &= 0 & &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{16} &= c_{16} - u_1 - v_6 & x_{37} &= c_{37} - u_3 - v_7 \\ &= 422 - 0 - 422 & &= 412 - 0 - 412 \\ &= 0 & &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
x_{17} = c_{17} - u_1 - v_7 & x_{41} = c_{41} - u_4 - v_1 \\
= 412 - 0 - 412 & = 214 - 0 - 214 \\
= 0 & = 0 \\
x_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 & x_{42} = c_{42} - u_4 - v_2 \\
= 214 - 0 - 214 & = 213 - 0 - 213 \\
= 0 & = 0 \\
x_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 & x_{44} = c_{44} - u_4 - v_4 \\
= 287 - 0 - 275 & = 247,4 - 0 - 247,4 \\
= 12 & = 0 \\
x_{25} = c_{25} - u_2 - v_5 & x_{45} = c_{45} - u_4 - v_5 \\
= 297 - 0 - 285 & = 297 - 0 - 285 \\
= 12 & = 0 \\
x_{26} = c_{26} - u_2 - v_6 & x_{51} = c_{51} - u_5 - v_1 \\
= 422 - 0 - 422 & = 0 + 422 - 214 \\
= 0 & = 208 \\
x_{32} = c_{32} - u_3 - v_2 & x_{52} = c_{52} - u_5 - v_2 \\
= 213,5 - 0 - 213 & = 0 + 422 - 213 \\
= 0,5 & = 209 \\
x_{53} = c_{53} - u_5 - v_3 & x_{55} = c_{55} - u_5 - v_5 \\
= 0 + 422 - 275 & = 0 + 422 - 285 \\
= 147 & = 137 \\
x_{54} = c_{54} - u_5 - v_4 & x_{57} = c_{57} - u_5 - v_7 \\
= 0 + 422 - 247,4 & = 0 + 422 - 412 \\
= 174,6 & = 10
\end{array}$$

Jika terdapat nilai negatif, maka dipilih sel non basis yang nilai negatifnya terbesar sebagai entering variabel. Selanjutnya membentuk jalur tertutup menggunakan jumlah sel bertanda negative terkecil untuk menentukan sel mana yang akan keluar. Ulangi langkah 1

hingga Langkah 3 agar tabel optimum dengan sel yang bukan basis menghasilkan nilai yang positif atau sama dengan 0.

Pengalokasian persediaan dan permintaan serta biaya transportasi menggunakan metode Sirisha – Viola dengan *MODI* adalah sebagai berikut :

Tabel. 16 Hasil optimal metode Sirisha – Viola menggunakan *MODI*

Sumber	Tujuan	Jumlah Pengalokasian beras (ton)	Biaya pengalokasian (Rp)	Biaya Transportasi (Rp)
S_1	T_4	247,4	2.050	507.170
S_1	T_5	213	5.450	1.553.250
S_2	T_2	247,4	7.550	1.608.150
S_2	T_4	412	7.000	1.731.800
S_2	T_7	214	4.647	1.914.564
S_3	T_1	422	4.500	963.000
S_3	T_6	275	2.303	971.866
S_4	T_3	422	4.950	1.361.250
S_4	T_6	412	7.550	798.846
S_4	T_7	412	1.353	557.436

Kesimpulan dalam penyelesaian masalah transportasi pada Perum Bulog Kanwil Sumut menggunakan metode Sirisha – Viola mendapat hasil yang optimal dibuktikan dengan pengujian metode *MODI* yang menghasilkan sebesar Rp 11.967.332 × 1.000 = Rp 11.967.332.000. Solusi awal yang dihasilkan sudah optimal karena perhitungan variabel non basis menghasilkan nilai 0 dan positif. Dikarenakan variabel non basis bernilai positif yang artinya metode Sirisha - Viola memberikan penghematan yang lebih besar tanpa perlu perbaikan tabel.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil yang diperoleh maka kesimpulan permasalahan transportasi tak seimbang dalam pengiriman beras Perum Bulog Kanwil Sumut dengan menggunakan metode Sirisha – Viola menghasilkan penghematan selisih sebesar 1,48% biaya transportasi dan diuji menggunakan uji optimalitas *MODI* dimana metode Sirisha – Viola terbukti menghasilkan biaya minimum masalah transportasi secara langsung. Hasil dari metode Sirisha – Viola memberikan solusi optimal tanpa harus mencari solusi fisibel awal terlebih dahulu.

Selisih penghematan yang dihasilkan dikarenakan asumsi bahwa biaya transportasi yang terdiri dari biaya tenaga, biaya energi dan kondisi jalan yang bersifat konstan serta adanya pengalokasian yang belum terpenuhi ke T_6 sebesar 2.054 ton.

DAFTAR PUSTAKA

- Affandi, P. (2019). Buku Ajar Riset Operasi. CV IRDH. www.irdhcenter.com
- Agustini, M. Y. D. H., & Rahmadi, Y. E. (2004). Riset Operasional Konsep Konsep Dasar.
- Aisyah, P. (2023). Optimisasi Biaya Pendistribusian Barang Menggunakan Metode Sirisha-Viola dan TOCM-SUM Approach [Tugas Akhir]. Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
- Elisabeth Sesaria Dewi Simorangkir, J., Prihandono, B., & Kusumastuti INTISARI, N. (2024). Perbandingan Solusi Masalah Transportasi Menggunakan Metode Modified ASM, Improved Zero Point dan Sirisha-Viola. In *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster)* (Vol. 13, Issue 2).
- Fathiyah, & Utama, I. G. A. (2008). Penerapan Metode Modified Distribution dalam Sistem Pendistribusian Barang pada PT.MISWAK UTAMA.
- Gea, J. (2019). Analisa Minimasi Biaya Transportasi Pengiriman Barang Menggunakan Vogel's Approximation Method (VAM) Studi Kasus : CV.TAO TOBA INDAH. In *Jurnal Pelita Informatika* (Vol. 8, Issue 1).
- Ibnas, R., Alwi, W., & Taufik, A. (2019). Penerapan Metode Modified Distribution (MODI) Dalam Meminimalisasi Biaya Transportasi Pengiriman Barang di PT. Tirta Makmur Perkasa.
- Ilwaru, V. Y. I., Lesnussa, Y. A., & Tentua, J. (2020). Optimasi Biaya Distribusi Beras Miskin (RASKIN) Menggunakan Masalah Transportasi Tak Seimbang. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, 14(4), 609–618. <https://doi.org/10.30598/barekengvol14iss4pp609-618>
- Malini, H. (2023). Modul Riset Operasi (H. Malini, Ed.).
- Meflinda, A., & Mahyarni. (2011). *Operations Research (Riset Operasi)* (A. Meflinda & Mahyarni, Eds.). Unri Press.
- Muhtarulloh, F., & Maulidina, A. (2022). Metode Sirisha-Viola Untuk Menemukan Solusi Optimal Masalah Transportasi. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, 8(1), 19–26. <https://doi.org/10.24014/jsms.v8i1.154999>
- Muhtarulloh, F., Maulidina, A., & Fatchul Huda, A. (2023). Solution Optimal Transportation Problems Using The Sirisha Viola Modification Method Python Assisted Programming. *JINAV: Journal of Information and Visualization*, 4(1), 2746–1440. <https://doi.org/10.35877/454RI.jinav2125>
- Pratama, Y. R., Paendong, M., & Weku, W. (2017). Pengoptimalan Biaya Distribusi Beras Miskin di Perusahaan Umum Badan Urusan Logistik Divisi Regional Sulawesi Utara Dan Gorontalo Dengan Menggunakan Metode Pendekatan Vogel. *Ilmiah Sains*, 17(2), 108–116.
- Rosihan, R. I., Ferdiansyah, M., Rizki, D., Paduloh, P., Saputra, Y., Kumalasari, R., Spalanzani, W., & Sitorus, H. (n.d.). Optimasi Biaya Transportasi Rantai Roda Tipe-428 dengan Metode Stepping Stone dan Modified Distribution (Vol. 7, Issue 2).
- Sirisha, J., & Viola, A. (2018). A Novel Method to find an Optimal Solution for Transportation Problems-an Experiment. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 118(24).
- Soplanit, P. P. G., Dundu, A. K. T., & Mangare, J. B. (2019). Optimisasi Biaya Distribusi Material dengan Kombinasi Metode NWC (North West Corner) dan MODI (MODIFIED DISTRIBUTION) pada Proyek Pembangunan Jembatan di Sulawesi Utara. *Jurnal Sipil Statik*, 7(12), 1633–1640.
- Syaiffuddin, Prof. Dr. D. T. (2011). *Riset Operasi (Aplikasi Quantitative Analysis for Manajement)*.